

第1讲 圆的三大定理加油站

一、垂径定理

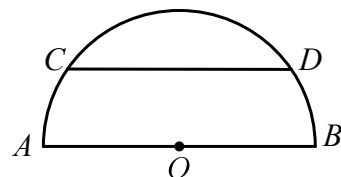
练习1

1. 下列判断正确的是 () .

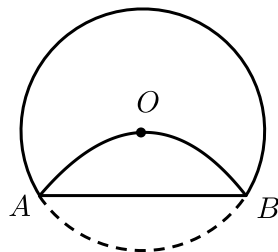
- A. 平分弦的直线垂直于弦
- B. 平分弧的直线必定平分这条弧所对的弦
- C. 弦的中垂线必平分弦所对的两条弧
- D. 平分弦的直线必平分弦所对的两条弧

练习2

2. 如图, 已知 AB 是半圆 O 的直径, 弦 $CD \parallel AB$, $CD = 8$, $AB = 10$, 则 CD 与 AB 之间的距离是 _____ .

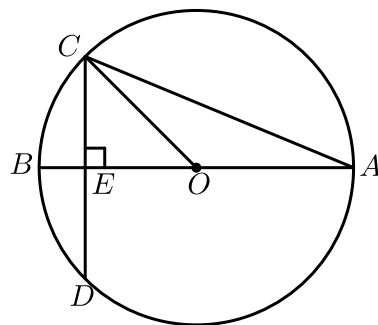


3. 如图, 将半径为 2cm 的圆形纸片折叠后, 圆弧恰好经过圆心 O , 则折痕 AB 的长为 () .



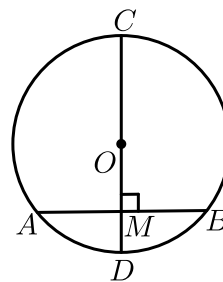
- A. 2cm
- B. $\sqrt{3}\text{cm}$
- C. $2\sqrt{3}\text{cm}$
- D. $2\sqrt{5}\text{cm}$

4. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足是 E , $\angle A = 22.5^\circ$, $OC = 4$, CD 的长为 () .



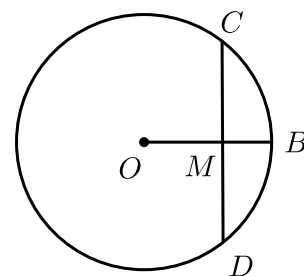
- A. $2\sqrt{2}$
- B. $4\sqrt{2}$
- C. 4
- D. 8

5. 如图, 在 $\odot O$ 中, CD 是直径, AB 是弦, $AB \perp CD$ 于 M , $AB = 8$, $OC = 5$, 则 MD 的长为 () .



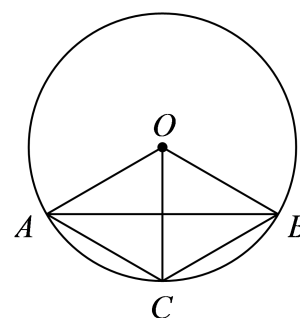
- A. 4 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1

6. 如图，已知 OB 为 $\odot C$ 的半径，且 $OB = 10\text{cm}$ ，弦 $CD \perp OB$ 于 M ，若 $OM : MB = 4 : 1$ ，则 CD 长为 () .



- A. 3cm B. 6cm C. 12cm D. 24cm

7. 如图所示，圆 O 的弦 AB 垂直平分半径 OC ，则四边形 $OACB$ () .

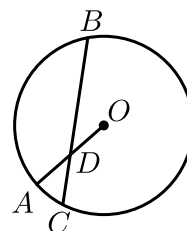


- A. 是正方形 B. 是长方形 C. 是菱形 D. 以上答案都不对

8. 已知 $\odot O$ 的半径为 5，直线 l 与 $\odot O$ 相交，点 O 到直线 l 的距离是 2，则 $\odot O$ 上到直线 l 的距离为 3 的点数是 () 个 .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

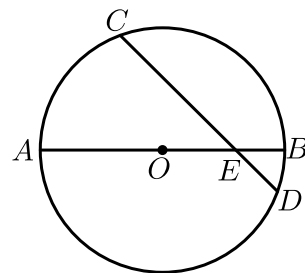
9. 如图， $\odot O$ 的半径 $OA = 4$ ，弦 BC 经过 OA 的中点 D ， $\angle ADC = 30^\circ$ ，则弦 BC 的长为 () .



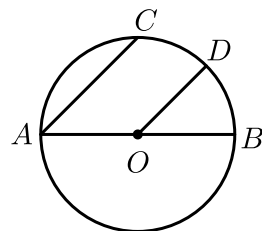
- A. 7 B. $2\sqrt{15}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{17}$

10.

如图所示， AB 为圆 O 的直径，弦 CD 交 AB 于 E ，已知 $OE = 2$ ， $BE = 1$ ， $\angle AEC = 45^\circ$ ，则 $CD =$ _____ .

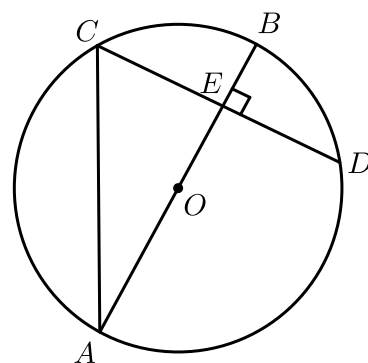


11. 已知：如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $OD \parallel AC$ ，求证：点 D 平分 $\widehat{BC}$.

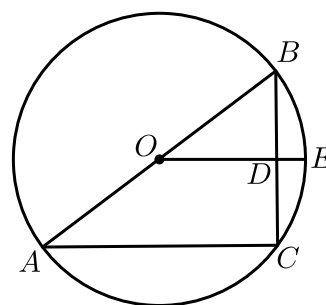


练习3

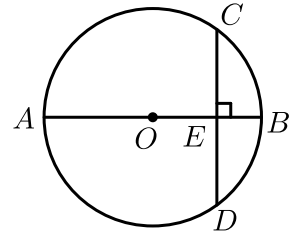
12. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为 E ，若 $CD = 2\sqrt{2}$ ， $CA = \sqrt{6}$ ，则直径 AB 的长为 _____ .



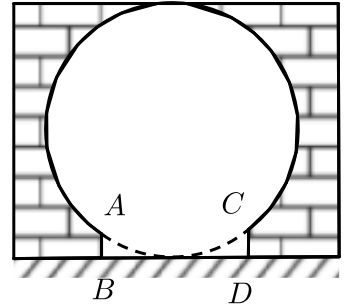
13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， BC 是弦，点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点， OE 交 BC 于点 D . 连接 AC ，若 $BC = 6$ ， $DE = 1$ ，则 AC 的长为 _____ .



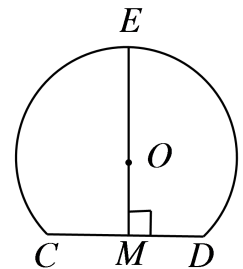
14. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，已知 $CD = 6$ ， $EB = 1$ ，则 $\odot O$ 的半径为 _____ .



15. 图是“明清影视城”的一扇圆弧形门，小红到影视城游玩，他了解到这扇门的相关数据：这扇圆弧形门所在的圆与水平地面是相切的， $AB = CD = 0.25$ 米， $BD = 1.5$ 米，且 AB 、 CD 与水平地面都是垂直的．根据以上数据，请你帮小红计算出这扇圆弧形门的最高点离地面的距离是（ ）．

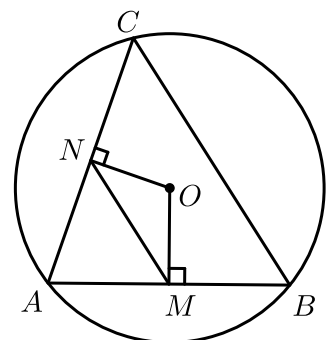


- A. 2米 B. 2.5米 C. 2.4米 D. 2.1米
16. 如图， EM 经过圆心 O ， $EM \perp CD$ 于 M ，若 $CD = 4$ ， $EM = 6$ ，则弧 CED 所在圆的半径为 _____ ．



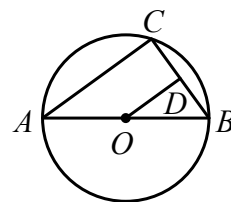
练习4

17. 如图，已知 AB 、 AC 都是 $\odot O$ 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M ， N ，若 $MN = \sqrt{5}$ ，那么 BC 等于（ ）．



- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

18. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $OD \perp BC$ 于点 D , $AC = 4$, 则 OD 的长为 ().



- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.5

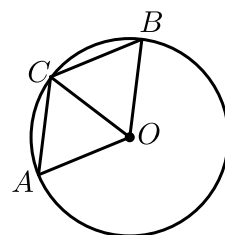
练习5

19. 圆的半径为 13cm, 两弦 $AB \parallel CD$, $AB = 24\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$, 则两弦 AB , CD 的距离是 ().
 A. 7cm B. 17cm C. 12cm 或 7cm D. 7cm 或 17cm
20. 圆的半径为 13cm, 两弦 $AB \parallel CD$, $AB = 24\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$, 则两弦 AB 、 CD 的距离是 ().
 A. 6cm 或 17cm B. 6cm 或 13cm C. 7cm 或 17cm D. 7cm 或 13cm
21. 已知 $\odot O$ 的半径 OA 为 1. 弦 AB 的长为 $\sqrt{2}$, 若在 $\odot O$ 上找一点 C , 使 $AC = \sqrt{3}$, 则 $\angle BAC =$ _____ $^\circ$.
22. 等腰 $\triangle ABC$ 内接于半径为 5 的 $\odot O$, 点 O 到底边 BC 的距离为 3, 则 AB 的长为 _____.
23. $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 且 $AB = AC$, 点 O 到 BC 的距离为 3, 圆的半径为 5, 则 AB 的长是 _____.

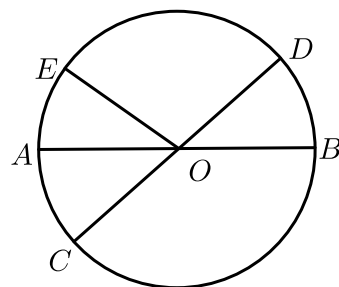
二、弧、弦、圆心角关系定理

练习6

24. 如图, A 、 B 是半径为 3 的 $\odot O$ 上的两点, 若 $\angle AOB = 120^\circ$, C 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 则四边形 $AOBC$ 的周长为 _____.



25. 如图, AB , CD 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AE} = \widehat{BD}$, 若 $\angle AOE = 32^\circ$, 则 $\angle COE$ 的度数是 ().



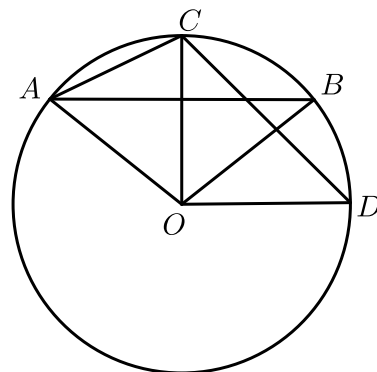
A. 32°

B. 60°

C. 68°

D. 64°

26. 如图，在 $\odot O$ 中， $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ，下列结论：① $AB = CD$ ；② $AC = BD$ ；③ $\angle AOC = \angle BOD$ ；④ $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，其中，正确的有（ ）。



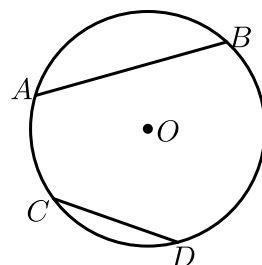
A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

27. 如图，在 $\odot O$ 中， $AB = 2CD$ ，那么（ ）。



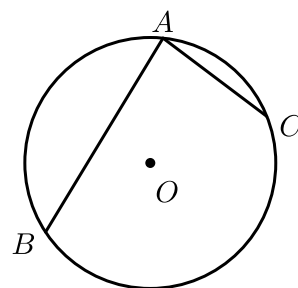
A. $\widehat{AB} > 2\widehat{CD}$

B. $\widehat{AB} < 2\widehat{CD}$

C. $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$

D. $\widehat{AB}$ 与 $2\widehat{CD}$ 的大小关系无法比较

28. 如图，在 $\odot O$ 中，如果 $\widehat{AB} = 2\widehat{AC}$ ，那么（ ）。



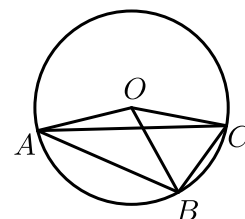
A. $AB = AC$

B. $AB = 2AC$

C. $AB < 2AC$

D. $AB > 2AC$

29. 如图， OA ， OB ， OC 都是 $\odot O$ 的半径，若 $\angle AOB$ 是锐角，且 $\angle AOB = 2\angle BOC$ ，则下列结论正确的是（ ）。



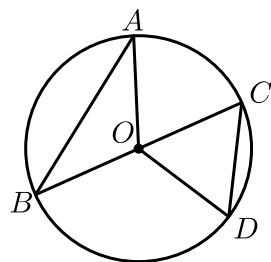
A. $AB = 2BC$

B. $AB < 2BC$

C. $\angle AOB = 2\angle CAB$

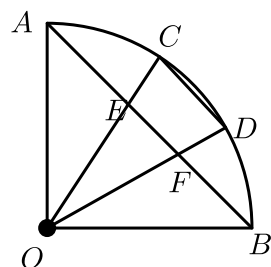
D. $\angle ACB = 4\angle CAB$

30. 如图, $\odot O$ 中, 如果 $\angle AOB = 2\angle COD$, 那么 ().



- A. $AB = 2CD$ B. $AB < DC$ C. $AB < 2DC$ D. $AB > 2DC$

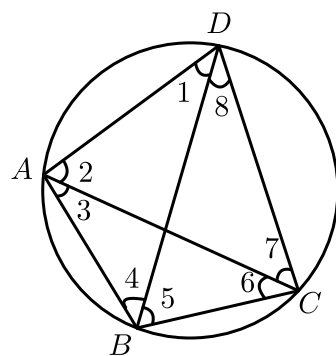
31. 如图, $\angle AOB = 90^\circ$, C 、 D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, AB 分别交 OC 、 OD 于点 E 、 F , 求证:
 $AE = CD$.



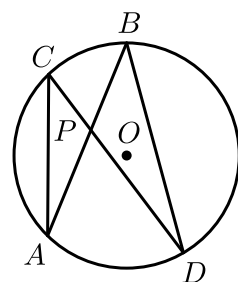
三、圆周角定理

练习7

32. 如图, 圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 把它的 4 个内角分成 8 个角, 在这些角中, $\angle 1 =$ _____, $\angle 2 =$ _____, $\angle 3 =$ _____, $\angle 4 =$ _____. (填 $\angle 5$; $\angle 6$; $\angle 7$; $\angle 8$)

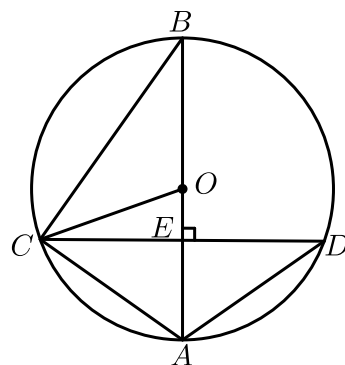


33. 如图, $\odot O$ 中, 弦 AB 、 CD 相交于点 P , 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle APD = 70^\circ$, 则 $\angle B$ 等于 ().



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 50°

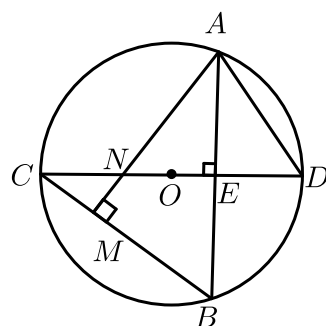
34. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的一条弦，且 $CD \perp AB$ 于点 E 。



(1) 求证： $\angle BCO = \angle D$ 。

(2) 若 $CD = 4\sqrt{2}$ ， $AE = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径。

35. 如图， $\odot O$ 中，直径 $CD \perp$ 弦 AB 于 E ， $AM \perp BC$ 于 M ，交 CD 于 N ，连接 AD 。

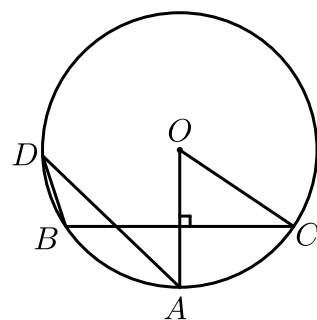


(1) 求证： $AD = AN$ 。

(2) 若 $AB = 8$ ， $ON = 1$ ，求 $\odot O$ 的半径。

练习8

36. 如图， OA 是 $\odot O$ 的半径，弦 $BC \perp OA$ ， D 是 $\odot O$ 上一点，若 $\angle ADB = 28^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数为 ()。



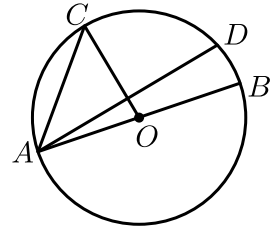
A. 14°

B. 28°

C. 56°

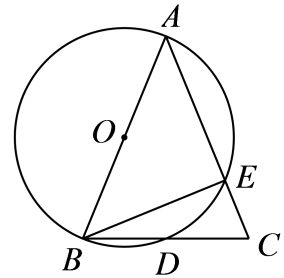
D. 84°

37. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C ， D 为 $\odot O$ 上的两点，且 C 为 $\widehat{AD}$ 的中点，若 $\angle BAD = 20^\circ$ ，则 $\angle ACO$ 的度数为 ()。

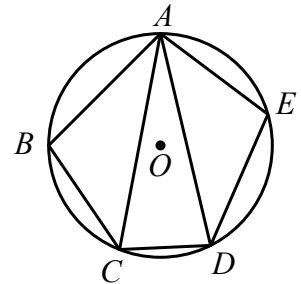


- A. 30° B. 45° C. 55° D. 60°

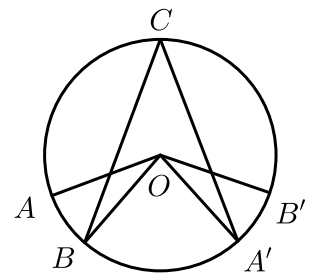
38. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB = AC$ ， BC 交 $\odot O$ 于点 D ， AC 交 $\odot O$ 于点 E ， $\angle BAC = 45^\circ$ ，给出下列五个结论：① $\angle EBC = 22.5^\circ$ ；② $BD = DC$ ；③ $AE = 2EC$ ；④劣弧 AE 是劣弧 DE 的2倍；⑤ $AE = BC$ ．其中正确结论的序号是 _____ ．



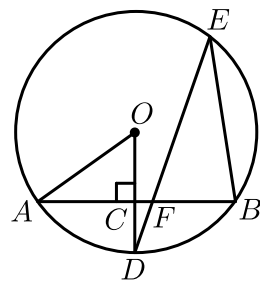
39. 如图，在 $\odot O$ 的内接五边形 $ABCDE$ 中， $\angle CAD = 35^\circ$ ，则 $\angle B + \angle E =$ _____ $^\circ$ ．



40. 如图，点 C 在 $\odot O$ 上，将圆心角 $\angle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转到 $\angle A'OB'$ ，旋转角为 α ，（ $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ）．若 $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle BCA' = 40^\circ$ ，则 $\angle \alpha =$ _____ ．



41. 如图， AB 是 $\odot O$ 的一条弦， $OD \perp AB$ ，垂足为点 C ，交 $\odot O$ 于点 D ，点在 $\odot O$ 上．

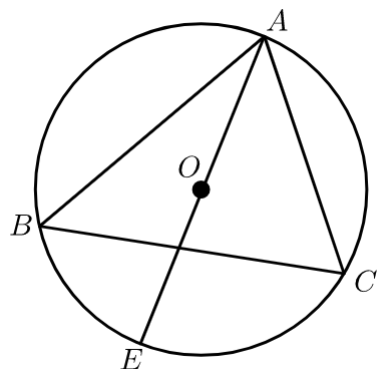


(1) 若 $\angle AOD = 50^\circ$, 求 $\angle DEB$ 的度数 .

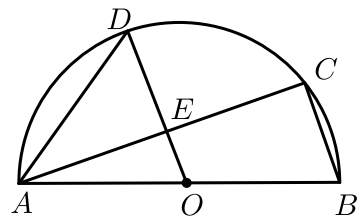
(2) 若 $OC = 6$, $OA = 10$, 求 AB 的长 .

练习9

42. 如图 , $\odot O$ 的直径 $AE = 10\text{cm}$, $\angle B = \angle EAC$. AC 的长为 _____ .



43. 如图 , AB 是半圆 O 的直径 , C 、 D 是半圆 O 上的两点 , 且 $OD \parallel BC$, OD 与 AC 交于点 E .



(1) 若 $\angle B = 70^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数 .

(2) 若 $AB = 4$, $AC = 3$, 求 DE 的长 .

44. 已知 $\odot O$ 的直径为 10 , 点 A , 点 B , 点 C 在 $\odot O$ 上 , $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D .

(1) 如图① , 若 BC 为 $\odot O$ 的直径 , $AB = 6$, 求 AC , BD , CD 的长 .

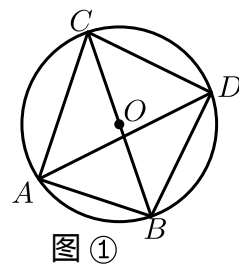


图 ①

(2) 如图② , 若 $\angle CAB = 60^\circ$, 求 BD 的长 .

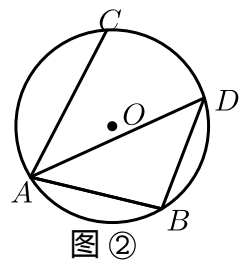
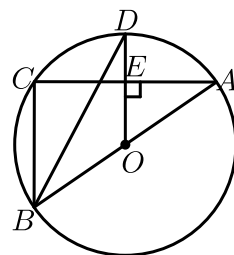
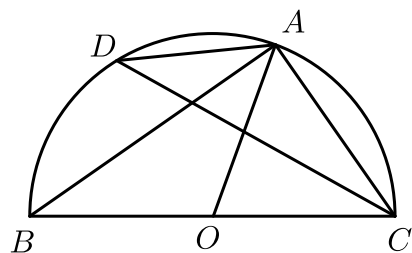


图 ②

45. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 为 $\odot O$ 上一点， $OD \perp AC$ ，垂足为 E ，连接 BD 。

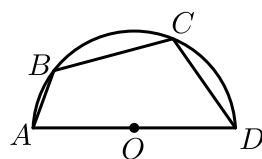


- (1) 求证： BD 平分 $\angle ABC$ 。
- (2) 当 $\angle ODB = 30^\circ$ 时，求证： $BC = OD$ 。
46. 如图， A 、 D 是半圆上的两点， O 为圆心， BC 是直径， $\angle D = 35^\circ$ ，求 $\angle OAC$ 的度数。



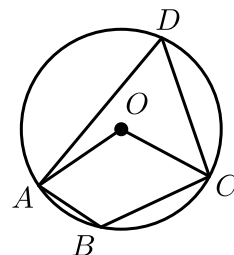
练习10

47. 如图， AD 是半圆的直径，点 C 是 $\widehat{BD}$ 的中点， $\angle ADC = 55^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 等于 ()。

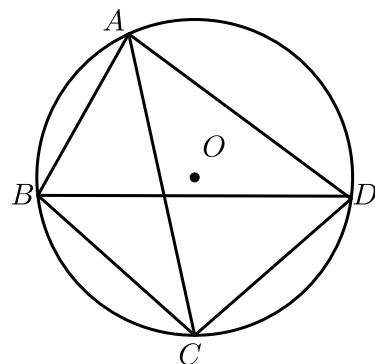


- A. 50° B. 55° C. 65° D. 70°

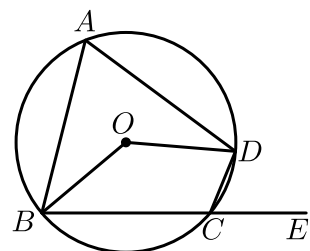
48. 如图，已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，点 O 在 $\angle D$ 的内部， $\angle OAD + \angle OCD = 50^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____。



49. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BCD = 100^\circ$ ， AC 平分 $\angle BAD$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为 _____。



50. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，如果它的一个外角 $\angle DCE = 64^\circ$ ，那么 $\angle BOD = (\quad)$ 。



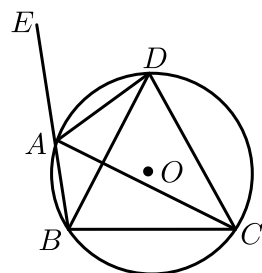
A. 128°

B. 100°

C. 64°

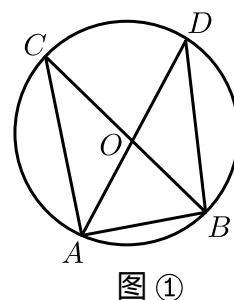
D. 32°

51. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle DAE$ 是四边形 $ABCD$ 的一个外角，且 AD 平分 $\angle CAE$ 。求证： $DB = DC$ 。



52. 如图，已知 $\odot O$ 的直径为 10，点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上， $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D 。

(1) 图①，当 BC 为 $\odot O$ 的直径时，求 BD 的长。



图①

(2) 图②，当 $BD = 5$ 时，求 $\angle CDB$ 的度数。

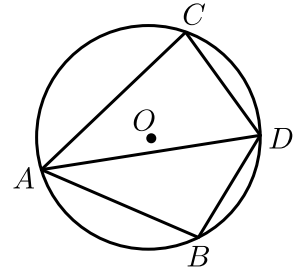


图 ②

53. 已知， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 68^\circ$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC ， BC 的交点分别为 D ， E 。

(1) 如图 1，求 $\angle CED$ 的大小。

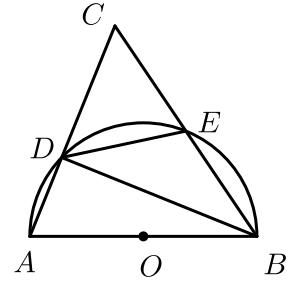


图 1

(2) 如图 2，当 $DE = BE$ 时，求 $\angle C$ 的大小。

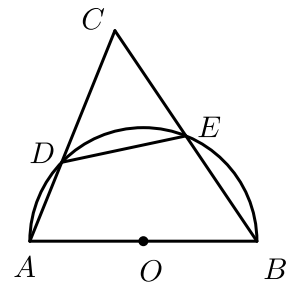


图 2